



PROGRAMMA di MATEMATICA
CLASSE 3E SA a.s. 2023/2024

COMPLEMENTI DI ALGEBRA

Le equazioni intere di secondo grado: definizione, analisi dei coefficienti, forma normale.

Equazioni di secondo grado incomplete: monomie, pure e spurie.

Equazioni di secondo grado complete.

La formula risolutiva di un'equazione di secondo grado completa (con dimostrazione mediante il metodo del completamento al quadrato).

Il delta e la relazione tra il suo segno e il numero di soluzioni reali di un'equazione di secondo grado.

L'interpretazione grafica delle soluzioni reali di un'equazione di secondo grado come gli zeri della parabola di secondo grado associata e il concetto di molteplicità di una soluzione.

La risoluzione di un'equazione numerica di secondo grado, completa o incompleta.

La scomposizione di un trinomio di secondo grado qualsiasi.

Polinomio di secondo grado riducibili o irriducibili.

La risoluzione di un'equazione parametrica di secondo grado.

Equazioni di grado superiore al secondo.

Equazioni monomie: definizione, determinazione dell'unica soluzione e relativa molteplicità.

Equazioni binomie: definizione, procedimento risolutivo sia nel caso grado n pari sia nel caso grado n dispari, equazioni determinate e impossibili e relativi insiemi delle soluzioni.

Equazioni trinomie: definizione, procedimento risolutivo mediante l'utilizzo di una variabile ausiliaria, equazioni determinate e impossibili e relativi insiemi delle soluzioni.

Analisi della corrispondenza fra le soluzioni trovate, gli zeri del polinomio associato e la sua scomposizione.

Richiami sul metodo di Ruffini per la scomposizione di un polinomio qualsiasi.

Gli zeri razionali di un polinomio a coefficienti interi.

La generalizzazione del metodo di Ruffini per la ricerca di zeri razionali e la scomposizione di un polinomio qualsiasi.

Il numero massimo delle soluzioni reali di un'equazione di grado n qualsiasi.

La molteplicità di una soluzione.

Richiami sulle disequazioni intere di primo grado e sui principi di equivalenza: procedimento risolutivo e intervallo delle soluzioni.

Richiami sulle disequazioni di primo grado numeriche intere: procedimento risolutivo, principi di equivalenza e relative regole applicative, rappresentazione grafica degli intervalli soluzione sulla retta orientata.

Disequazioni intere e frazionarie e sistemi di disequazioni di grado superiore o uguale al secondo risolvibili mediante scomposizioni e, pertanto, riconducibili a fattori di primo grado: procedimento risolutivo, corretto utilizzo della tabella dei segni e della tabella "di contemporaneità", determinazione dell'intervallo soluzione.

Disequazioni intere di secondo grado e interpretazione grafica.

Lo studio del segno di un trinomio di secondo grado in relazione al grafico della parabola associata.

Problemi numerici e geometrici aventi come modello disequazioni intere di secondo grado.

Disequazioni intere di grado superiore al secondo.

Disequazioni monomie (grado pari e grado dispari), disequazioni binomie (grado pari e grado dispari), disequazioni trinomie e utilizzo di una variabile ausiliaria, disequazioni scomposte o scomponibili in fattori.

Disequazioni frazionarie.

Sistemi di disequazioni: determinati, impossibili, sempre verificati.

Equazioni irrazionali (indice pari e indice dispari).
Disequazioni irrazionali (indice pari e indice dispari).
Condizioni d'esistenza, condizioni di concordanza di segno, sistemi associati.
Problemi numerici e geometrici aventi come modello disequazioni irrazionali.
Il valore assoluto di un'espressione algebrica.
Equazioni con valori assoluti.
Disequazioni con valori assoluti.
Problemi geometrici aventi come modello equazioni e disequazioni con valori assoluti.
Applicazione dei grafici delle funzioni lineari alla risoluzione grafica di equazioni e disequazioni contenenti valori assoluti.

GEOMETRIA EUCLIDEA

Il concetto di luogo geometrico.
L'asse di un segmento come luogo geometrico dei punti equidistanti dagli estremi del segmento.
La bisettrice di un angolo come luogo geometrico dei punti equidistanti dai lati dell'angolo.
La circonferenza come luogo geometrico e il cerchio: definizione, elementi fondamentali, misura e rappresentazione grafica.
Il circocentro di un triangolo come il centro della circonferenza passante per i vertici del triangolo e la proprietà dei triangoli rettangoli di essere inscritti in una semicirconferenza.
Corde e diametri e loro proprietà.
Angoli al centro e archi corrispondenti.
Il teorema sulla congruenza fra corde, archi e corrispondenti angoli al centro.
Il teorema sulla perpendicolarità fra le rette tangenti ad una circonferenza e i raggi che hanno un estremo nel punto di tangenza.
Angoli alla circonferenza e archi corrispondenti.
Il teorema della relazione secondo cui ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro e suoi corollari.
Triangoli iscritti e circoscritti.
La circonferenza circoscritta e la circonferenza inscritta in un triangolo: circocentro e incentro come rispettivi centri.

FUNZIONI

Il concetto di funzione: definizione e rappresentazione insiemistica.
Dominio, codominio e immagine di una funzione.
Immagine e controimmagine di un elemento.
Il grafico di una funzione.
Funzioni numeriche reali di variabile reale e loro classificazione.
Le funzioni lineari e il relativo grafico.
I punti di intersezione di una funzione lineare con gli assi cartesiani.
Le funzioni lineari a tratti e la costruzione del relativo grafico.
Le funzioni lineari contenenti termini in valore assoluto e la costruzione del relativo grafico.
Problemi che hanno come modello funzioni lineari.
L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle y come funzione algebrica razionale intera (quadratica).
Grafici di funzioni a tratti contenenti termini in valore assoluto in cui compaiono funzioni lineari, archi di parabole.
Problemi geometrici con le funzioni.
Introduzione ai concetti di funzione periodica, limitata, crescente, decrescente.

GEOMETRIA ANALITICA

PIANO CARTESIANO:

Il piano cartesiano: assi coordinati, coordinate di un punto, origine degli assi e quadranti.
Distanza fra due punti aventi stessa ascissa.
Distanza fra due punti aventi stessa ordinata.

Distanza fra due punti qualsiasi.

Il punto medio di un segmento.

Il baricentro di un triangolo.

Problemi su punti e segmenti, perimetri e aree (parametrici e non) nel piano cartesiano.

LA RETTA NEL PIANO CARTESIANO:

Gli assi cartesiani e le equazioni delle rette parallele agli assi cartesiani.

L'equazione generale delle rette passanti per l'origine degli assi e le equazioni delle bisettrici dei quadranti.

L'equazione generale di una retta non parallela all'asse delle ordinate.

L'equazione generale della retta nel piano cartesiano: forma implicita e forma esplicita.

Il coefficiente angolare e la quota di una retta qualsiasi nel piano cartesiano.

Posizioni reciproche di due rette: incidenti, parallele distinte e coincidenti e discussione dei sistemi lineari associati.

Rette parallele e rette perpendicolari e le condizioni di parallelismo e di perpendicolarità fra rette.

La condizione di appartenenza di un punto ad una retta.

Determinazione dell'equazione di una retta nel piano cartesiano: rette passanti per un punto parallele agli assi cartesiani, rette passanti per l'origine e per un punto dato, rette di assegnato coefficiente angolare passanti per un punto, rette passanti per due punti.

L'asse di un segmento (anche come luogo geometrico).

La distanza di un punto da una retta.

Il fascio proprio di rette e il fascio improprio di rette.

Il fascio generato da due rette (combinazione lineare delle generatrici del fascio).

Analisi delle caratteristiche di un fascio di rette qualsiasi nota la sua equazione.

La bisettrice di un angolo (come luogo geometrico) e le equazioni delle bisettrici degli angoli formati da una coppia di rette incidenti.

Problemi parametrici su funzioni lineari nel piano cartesiano.

LE CONICHE:

Cono a due falde e coniche.

Coniche degeneri e non degeneri e loro definizione in geometria solida.

LA PARABOLA NEL PIANO CARTESIANO:

La parabola come conica, ottenuta dall'intersezione fra un cono a due falde e un opportuno piano non passante per il vertice del cono.

La parabola come luogo geometrico e le sue caratteristiche.

L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y: dalla definizione di luogo geometrico alla sua equazione nelle variabili x e y (con dimostrazione).

L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y e il grafico corrispondente al variare dei parametri a, b, c.

Dalle coordinate del vertice e dalla distanza focale alle coordinate del fuoco e alle equazioni dell'asse di simmetria e della direttrice.

L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x e il grafico corrispondente al variare dei parametri a, b, c.

Posizioni reciproche tra una retta e una parabola (sia con asse di simmetria parallelo all'asse x che parallelo all'asse y): rette esterne, rette tangenti e rette secanti.

La condizione di tangenza fra retta e parabola in relazione all'esistenza di un'unica soluzione doppia (molteplicità 2) del sistema associato ($\Delta=0$).

Determinazione delle equazioni delle rette tangenti ad una parabola condotte da un punto esterno.

Determinazione dell'equazione della retta tangente ad una parabola condotta da un suo punto.

Determinazione dell'equazione di una retta tangente ad una parabola nota la sua direzione.

Segmento parabolico e segmento parabolico retto.

L'area del segmento parabolico: il teorema di Archimede e la formula alternativa per il calcolo dell'area.

Applicazione dell'area del segmento parabolico alla determinazione dell'area della regione finita di piano compresa fra due parabole.

La determinazione dell'equazione di una parabola note alcune condizioni: fuoco e direttrice, passaggio per tre punti, passaggio per un punto e vertice, vertice e fuoco, vertice e direttrice, condizione di tangenza.

GONIOMETRIA

Richiami sul concetto di angolo in geometria euclidea: definizione, vertici, lati e ampiezza.

La posizione normale di un angolo sul piano cartesiano.

Angoli e archi di circonferenza, misure di angoli in gradi e radianti.

La circonferenza goniometrica e la definizione dinamica di angolo.

Misure di angoli notevoli e analisi di particolari simmetrie sulla circonferenza goniometrica.

Misure di angoli in radianti come multipli degli angoli base (0° , 30° , 45° , 60° , 90°).

Conversione da gradi a radianti e viceversa impostando la corretta proporzione fra ampiezze.

La misura di un arco di circonferenza e la misura dell'area di un settore circolare impostando le corrette proporzioni.

Angoli positivi e angoli negativi: il legame fra il verso della rotazione lungo la circonferenza goniometrica e il segno dell'angolo corrispondente.

Misure di angoli maggiori dell'angolo giro e il concetto di periodicità.

Coseno, seno, tangente e cotangente di un angolo.

La tangente e la cotangente di un angolo da un punto di vista geometrico (con dimostrazione mediante la similitudine fra triangoli).

La tangente di un angolo da un punto di vista analitico come coefficiente angolare di una retta.

Coseno, seno, tangente e cotangente di angoli notevoli (con dimostrazioni geometriche nei casi 30° , 45° e 60°).

Prima relazione fondamentale della goniometria (con dimostrazione geometrica).

Seconda relazione fondamentale della goniometria.

Determinazione delle funzioni goniometriche di un angolo note alcune proprietà.

Espressioni e identità goniometriche.

Archi e angoli associati: angoli opposti, angoli supplementari, angoli che differiscono di 180° , angoli complementari.

Secante e cosecante di un angolo.

Le funzioni goniometriche coseno, seno, tangente e cotangente e relative proprietà: dominio, segno, monotonia (crescenza e decrescenza), codominio (o immagine), periodo, zeri, eventuali massimi e minimi (funzioni limitate), eventuali asintoti.

Il grafico delle funzioni seno, coseno, tangente e cotangente e relative proprietà.

LIBRO DI TESTO: Zanone, Sasso – COLORI DELLA MATEMATICA Ed. Blu aggiornata – Lic. Scient. Volume GAMMA + TRIGONOMETRIA.

Civitavecchia, 8 giugno 2024

Docente
Prof.ssa Anna Nobili